6. – 7. 1. 2021 Matematika

1) Práce v hodině: Lomené výrazy – podmínky (první stranu přepiš, vytiskni a vlep do školního sešitu)

LOMENÉ VÝRAZY

LOMENÝ VÝRAZ JE VÝRAZ, KTERÝ JE VE TVARU ZLOMKU A MÁ VE JMENOVATELI PROMĚNNOU.
(V ČITATELI MÍT PROMĚNNOU MŮŽE, ALE NEMUSÍ)

VE ZLOMKU NESMÍ BÝT VE JMENOVATELI NULA, PROTO MUSÍME U LOMENÝCH VÝRAZŮ VYLOUČIT TY HODNOTY PROMĚNNÝCH, PO JEJICHŽ DOSAZENÍ BY VE JMENOVATELI BYLA NULA.

PŘÍKLADY LOMENÝCH VÝRAZŮ: $\frac{7}{2y}$; $\frac{8x}{9r}$; $\frac{6-4y}{y+2x}$; $\frac{3}{2x-4}$

U KAŽDÉHO LOMENÉHO VÝRAZU URČUJEME PODMÍNKY, ZA KTERÝCH MÁ SMYSL, TZN. VYLOUČÍME HODNOTY PROMĚNNÝCH, KDY BY JMENOVATEL BYL ROVEN NULE.

PŘÍKLADY: URČI PODMÍNKY, ZA KTERÝCH MÁ VÝRAZ SMYSL

1) $\frac{7}{2x}$

$2x \neq 0 \quad /:2$

$x \neq 0$

PODMÍNKA: $(x \neq 0)$

2) $\frac{4x-2}{xy}$

$x \cdot y \neq 0$

PODMÍNKA: $(x \neq 0, y \neq 0)$

3) $\frac{8a-4}{5a-20}$

$5a-20 \neq 0 \quad /+20$

$5a \neq 20 \quad /:5$

$a \neq 4$

PODMÍNKA: $(a \neq 4)$

4) $\frac{9}{2x+4y}$

$2x+4y \neq 0 \quad /-4y$

$2x \neq -4y \quad /:2$

$x \neq -2y$

PODMÍNKA: $(x \neq -2y)$

5) $\frac{3a}{a^2+1}$

$a^2+1 \neq 0 \quad /-1$

$a^2 \neq -1$ (a^2 JE VŽDY VĚTŠÍ NEŽ 0 $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ VÝRAZ MÁ SMYSL PRO KAŽDÉ REÁLNÉ a)

6) $\frac{10}{4x^2-1}$

$4x^2-1 \neq 0$

$(2x-1)(2x+1) \neq 0 \Rightarrow (2x-1) \neq 0$ a $(2x+1) \neq 0 \quad /-1$

$2x \neq 1 \quad /:2 \qquad 2x \neq -1 \quad /:2$

$x \neq \frac{1}{2} \qquad x \neq -\frac{1}{2}$

PODMÍNKA: $(x \neq \pm\frac{1}{2})$

Další příklady na určení podmínky platnosti lomeného výrazu.

Jak určit podmínky existence lomeného výrazu?

Jednoduše jmenovatel nesmí být nula, protože nulou nelze dělit. A to je vše! Někdy je tím jmenovatelem jenom obyčejné **x** (příklad 1), někdy je tím jmenovatelem třeba **2x-1** (příklad 2). A pozor! Jaký výraz je v čitateli nás vůbec nezajímá! Tam si nula klidně být může (pak se ovšem nule rovná celý zlomek, ale to jde, nula je přece pěkné číslo).

jmenovatel nesmí být nula

př.1

$\frac{2}{x}$ $\quad x\neq0$	$\frac{5}{3x}$ $\quad x\neq0$	$\frac{x}{y}$ $\quad y\neq0$
$\frac{3}{xy}$ $\quad x\neq0,\ y\neq0$	$\frac{5xy}{x}$ $\quad x\neq0$	$\frac{x}{x-1}$ $\quad x-1\neq0,\ x\neq1$
$\frac{4}{y+2}$ $\quad y+2\neq0,\ y\neq-2$	$\frac{z}{x^2}$ $\quad x\neq0$	$\frac{1}{a^2b^2}$ $\quad a\neq0,\ b\neq0$

celého jmenovatele položím nerovno nule a vypočítám, čemu se neznámá (třeba x) nesmí rovnat (počítá se jako rovnice, jen to rovnítko je škrtlé)

$\frac{3y}{2x-1}$ $\quad 2x-1\neq0 \ /+1$, $\quad 2x\neq1 \ /:2$, $\quad x\neq\frac{1}{2}$

př.2

$\frac{9}{2a+3b}$ $\quad 2a+3b\neq0 \ /-3b$, $\quad 2a\neq-3b \ /:2$, $\quad a\neq-\frac{3}{2}b$

A teď pár trošku složitějších jmenovatelů. Stále platí, že jmenovatel nesmí být nula, protože nulou nelze dělit. Snažíme se součet ve jmenovateli převést na **součin**, protože pak **položíme nerovno nule každý jeho činitel**. A podmínky jsou na světě. Chytákem na nebohého žáka jsou příklady 3,4,5. Ve všech příkladech může být neznámá jakákoli (jakékoli reálné číslo). Protože cokoli na druhou je kladné (týká se i záporného čísla!), nemůže nás zaskočit nula ve jmenovateli. Například v př.3: I když bych dosadil a na druhou umocnil třeba číslo -1, výsledek bude +1 a k němu přičtu zase +1, výsledek bude 2, což určitě není nula.

$\frac{2a-b}{a+2bc}$ $\quad a+2bc\neq0 \ /-2bc$, $\quad a\neq-2bc \rightarrow$ stačí vyjádřit podmínku jen pro **a** (pokud též obsahuje i **b,c**)

$\frac{x}{x^2+x}$ $\quad x^2+x\neq0$, $\quad x(x+1)\neq0 \Rightarrow x\neq0,\ x\neq-1 \rightarrow$ zde vytkneme **x**, tím vznikne součin. Ani jeden z jeho činitelů nesmí být nula (ani **x** , ani **x+1**)

$\frac{2x}{x^2-4}$ $\quad x^2-4\neq0$, $\quad (x-2)(x+2)\neq0 \Rightarrow x\neq\pm2 \rightarrow$ zde je nejvhodnější upravit jmenovatele na součin podle 3. vzorce

$\frac{1}{x^2-2x+1}$ $\quad x^2-2x+1\neq0$, $\quad (x-1)^2\neq0 \Rightarrow x\neq1 \rightarrow$ totéž, ale použijeme 2. vzorec

př.3

$\frac{5}{y^2+1}$ $\quad y^2+1\neq0 \ /-1$, $\quad y^2\neq-1 \Rightarrow y\in\mathbb{R}$

př.4

$\frac{3}{x^2-2x+2}$ $\quad x^2-2x+2\neq0$, $\quad x^2-2x+1+1\neq0 \ /-1$, $\quad (x-1)^2\neq-1 \Rightarrow x\in\mathbb{R}$

př.5

$\frac{2b}{a^2+b^2+5}$ $\quad a^2+b^2\neq-5 \quad a\in\mathbb{R},\ b\in\mathbb{R}$

PS 1 str. 69/ A1

str. 70/ A2